

Предмет СТ6: Статистичні методи

Мета:

мета предмету “Статистичні методи” забезпечити подальше вивчення основ математичної та статистичної техніки, та особливостей їх застосування у фінансовій діяльності.

Зв’язок з іншими предметами:

СТ3 - “Ймовірність і статистика” : забезпечує вивчення основ теорії ймовірностей і статистики.

СТ4 - “Моделі” – дає основи теорії марківських процесів.

Такі предмети як ST 1 “Здоров’я” та ST 3 “Загальне Страхування” містять розвиток математичних методів наведених в цьому курсі.

Цілі:

По закінченню курсу актуарій, що проходить перепідготовку, повинен вміти:

(i) Пояснити основні поняття теорії прийняття рішень та застосовувати їх.

1. Визначити оптимальну стратегію в рамках теорії ігор.
2. Пояснити, що розуміють під термінами:
“decision function” (функція рішення),
“risk function” (функція ризику)
3. Застосовувати критерії прийняття рішень для визначення того, яка функція є найкращою відносно заданого критерію. Зокрема, розглянути мінімакський та байєсівські критерії.

(ii) Знайти ймовірності та моменти для розподілів величини збитків, як за умов існування границь для виплат і договорів по розподілу ризиків, так і без них.

1. Описати властивості статистичних (ймовірнісних) розподілів, прийнятних для моделювання індивідуальних і сумарних збитків.
2. Знайти моменти та генератрису (твірну функцію) моментів (коли вона існує) для таких розподілів величини збитків як: гамма, показниковий (експоненційний), нормальний (гауссівський), логнормальний, розподіли Вейбулла, Барра, Парето та узагальнений розподіл Парето.
3. Застосувати принципи статистичного аналізу для вибору відповідного розподілу величини збитків.
4. Пояснити поняття:
 - excesses (deductibles) – перевищення /ексцедент (утримання)
 - retention limits – границі утримання.
5. Описати прості операції пропорційного перестраховування та перестраховування типу ексцеденту збитку (перевищення збитку, excess of loss).
6. Знайти розподіли і відповідні моменти розміру страхових виплат страховика та перестраховика у разі дії договорів, що передбачають границі перевищення (утримання) та перестраховування.
7. За допомогою методу максимальної вірогідності та методу моментів оцінити параметри розподілів часу настання страхової події або величини збитків у випадку повних і неповних даних.

(iii) Побудувати моделі ризиків, застосовуючи розподіли частоти і величини виплат, та знайти генератрису (твірну функцію) моментів і порахувати моменти для відповідних моделей ризиків як за умови дії простих договорів перестраховування, так і без них.

1. Дати означення базовим короткостроковим договорам / контрактам.
2. Побудувати моделі, що підходять для опису короткострокових контрактів, у термінах кількості позовів та розміру індивідуальних позовів (вимог).
3. Описати основні припущення, які спрощують моделі, наведені у п.2.
4. Знайти генератрису (твірну функцію) моментів для суми N залежних випадкових величин, зокрема у випадках, коли N має біноміальний, від'ємний біноміальний, геометричний розподіл або розподіл Пуассона.
5. Дати означення складному пуассонівському розподілу і довести, що сума незалежних випадкових величин, кожна з яких розподілена за складним пуассонівським законом, знову має складний пуассонівський розподіл.
6. Знайти середнє, дисперсію та коефіцієнт асиметрії для складного біноміального, складного пуассонівського та складного від'ємного біноміального розподілів.
7. Для моделей, наведених у п.2, вивести формулу, як для генератриси моментів, так і для моментів величини сумарних збитків (позовів) за заданий період часу. У термінах відповідних функцій для розподілу кількості позовів та розміру позовів сформулювати припущення, за яких ці формули мають місце.
8. Повторити п.6 як для страховика, так і для перестраховика за умов дії простих форм договорів пропорційного перестраховування та перестраховування ексцеденту збитку.

(iv) Пояснити концепцію ймовірності банкрутства для моделі ризику.

1. Пояснити, що означає сумарний (агрегований) процес позовів та процес надходження платежів (страхових премій) для процесу ризику.
2. Дати означення ймовірності банкрутства для нескінченного/скінченного проміжку часу у випадку неперервного/дискретного часу і сформулювати та пояснити зв'язок між різними типами ймовірності банкрутства.

(v) Пояснити фундаментальні поняття і принципи байесівського підходу до статистичних висновків та використати їх для знаходження байесівських оцінок.

1. Використати теорему Байеса для знаходження простих умовних ймовірностей.
2. Пояснити, що розуміють під апіорним, апостеріорним та спряженим (conjugate) апіорним розподілом.
3. Знайти апостеріорний розподіл параметру у деяких простих випадках.
4. Пояснити, що означає функція втрат.
5. Використати прості типи функцій втрат для знаходження байесівських оцінок параметрів.
6. Пояснити, що означає "credibility premium formula" (формула страхової довірчої премії) та описати роль "credibility factor" ("фактора довіри").

7. Пояснити байєсівський підхід до “теорії довіри” (credibility theory) та використати його для знаходження “довірчої” страхової премії у найпростіших випадках.

(vi) Описати основні положення теорії класифікації і застосувати їх до простих систем класифікації.

1. Описати базисну методологію, яка використовується при класифікації і експертному оцінюванні в:
 - страховому бізнесі
 - банківській справі (експертні оцінки кредитів при заставі, іпотеці).
2. Пояснити дію простої системи класифікації, що базується на частоті позовів, та порахувати стаціонарний розподіл числа власників страхових полісів на кожному рівні дисконтування.
3. Використовуючи прості критерії, порахувати ймовірність того, що власник страхового полісу звернеться з позовом.
4. Повторити п.2, скориставшись результатами п.3.

(vii) Описати та застосувати технічні прийоми аналізу даних типу “трикутника із запізненням (або випередженням)” та проектування кінцевих станів.

1. Визначити фактор розвитку і показати, як прийняті фактори розвитку можна використати для знаходження майбутнього розвитку “трикутника із запізненням”.
2. Описати та застосувати базовий “метод ланцюгових сходів”(chain ladder method) для доповнення трикутника із запізненням.
3. Показати, що базовий метод ланцюгових сходів можна пристосувати для урахування інфляції.
4. Обговорити альтернативні методи для знаходження факторів розвитку, прийнятих для доповнення трикутника із запізненням.
5. Описати та застосувати метод середньої вартості кожного позову для оцінювання величин позовів, що помітно вирізняються з-поміж інших.
6. Описати та застосувати метод Борнуеттера – Фергюсона (Bornhuetter - Ferguson) для екстремальних позовів.
7. Проілюструвати, як статистичні методи можуть слугувати підґрунтям для аналізу “трикутників із випередженням”.
8. Обговорити припущення, що лежать в основі застосування методів, наведених вище в п.п.1 – 7.

(viii) Пояснити основні поняття, пов’язані з узагальненою лінійною моделлю (УЛМ), та пояснити як УЛМ можна застосувати.

1. Знати основи множинної (багатофакторної) лінійної регресії та нормальної лінійної моделі.
2. Дати означення експоненційного класу розподілів. Показати, що до цього класу входять (та записати у відповідній формі) такі розподіли, як: біноміальний, пуассонівський, показниковий, нормальний і Γ -розподіл.

3. Вказати середнє та дисперсію для експоненційного класу, визначити дисперсійну функцію та скалярний параметр. Знайти ці характеристики для розподілів, наведених у п.2.
4. Пояснити, що означає функція зв'язку (link function, структурна функція) та канонічні величини (канонічні функції зв'язку, canonical link function) для розподілів, наведених у п.2.
5. Пояснити, що означають терміни: “величина, фактор, які приймають категоризовані (categorical) значення”, та “фактор взаємодії” (interaction term). Визначити лінійний предиктор, навести його форму для простих моделей, зокрема, поліноміальної та факторних моделей.
6. Визначити відхилення та нормовані відхилення та вказати, як можна оцінити УЛМ.

Описати, як можна підібрати підходящу модель, використовуючи аналіз відхилень та перевірку значущості параметрів.

7. Визначити залишки за Пірсоном і залишкову суму квадратів відхилень та описати можливості їх використання.
8. Застосувати статистичні критерії для визначення адекватності підібраної моделі, а саме: χ^2 – критерій Пірсона та критерій відношення вірогідності.

(ix) Дати означення та вміти застосовувати основні поняття теорії часових рядів.

1. Пояснити основні поняття та властивості стаціонарних, $I(0)$, та інтегрованих (integrated) $I(1)$, одномірних часових рядів.
2. Пояснити концепцію стаціонарних часових рядів.
3. Пояснити поняття фільтрації стосовно стаціонарних часових рядів.
4. Знати поняття:
 - зворотний оператор зсуву (backwards shift operator),
 - зворотний різницевий оператор (backwards difference operator),
 - корінь характеристичного рівняння для часового ряду.
5. Пояснити основні поняття та властивості часових рядів типу:
 - авторегресії (AR),
 - рухомого середнього (MA),
 - авторегресії – рухомого середнього (ARMA),
 - авторегресії (про)інтегрованого рухомого середнього (ARIMA).
6. Пояснити основні поняття та властивості дискретних випадкових блукань та випадкових блукань з нормально розподіленими (гауссівськими) приростами (як і з сувом так і без).
7. Пояснити базову концепцію моделі багатовимірної авторегресії.
8. Пояснити концепцію коінтегрованих часових рядів.
9. Показати, що деякі моделі часових рядів мають марківську властивість та описати, як одновимірний часовий ряд можна представити, як багатовимірну марківську модель.
10. Описати процес ідентифікації, оцінювання та діагности часових рядів, критерії вибору між різними моделями та статистичні

критерії, що слід застосовувати до залишків часових рядів після того, як параметри моделі були оцінені.

11. Стисло описати нестационарні та нелінійні моделі часових рядів.
 12. Описати прості застосування часових рядів, зокрема, випадкових блукань, авторегресійних та коінтегрованих часових рядів до моделювання процесів інвестування.
 13. Побудувати детермінований прогноз за спостереженнями часового ряду, використовуючи просту екстраполяцію та моделі рухомого середнього, техніку згладжування та сезонні корекції, коли це має сенс.
- (х) Пояснити концепцію моделювання методом Монте-Карло з використанням послідовностей псевдовипадкових чисел.
1. Пояснити недоліки використання справжніх випадкових чисел порівняно з псевдовипадковими.
 2. Описати як можна генерувати псевдовипадкові вибірки із заданим розподілом.
 3. Пояснити обставини, за яких для моделювання двох виборок можна використати одну і ту ж множину випадкових чисел, а також обставини, за яких слід використовувати різні множини.
 4. Вирішити, скільки даних треба змоделювати, щоб оцінити потрібну величину.